

Министерство общего и профессионального образования Свердловской области  
Управление образования Администрации города Екатеринбурга

**Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №142**

620902, г. Екатеринбург, с. Горный Щит, ул. Ленина 15а

тел: (343)266-03-33

email: [mou\\_142@mail.ru](mailto:mou_142@mail.ru)

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. К ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЕ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО, СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ (ФК ГОС)

Утверждаю

Директор МАОУ СОШ №142

Булькина Н.А.

протокол педсовета № 8

от 29 августа 2016 г.

приказ № 108-О/1 от 29.08.2016



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

*учебного курса*

*среднего общего образования*

**«ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА: СПОСОБЫ ПОЛУЧЕНИЯ  
И ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ»**

(11 класс, ФК ГОС)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа по курсу «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» является приложением к Основной образовательной программе основного общего, среднего общего образования МАОУ СОШ № 142

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего общего образования, утвержденного приказом Минобрнауки Российской Федерации № 1089 от 05.03.2004 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования» (с изменениями и дополнениями от 3 июня 2008 г., 31 августа, 19 октября 2009 г., 10 ноября 2011 г., 24, 31 января 2012 г., 23 июня 2015 г.)

Элективный курс «Замечательные неравенства: способы получения и приёмы применения» - разработан на основе авторского курса С.А.Гомонова, допущенного Министерством образования и науки Российской Федерации. Предлагаемый курс дополняет базовую программу по математике, позволяя учащимся пройти путь от способов решения простых числовых неравенств, встречающихся в школьной программе до обоснования замечательных неравенств Коши–Буняковского, Чебышева и др.

**Цель курса:** изучение избранных классов неравенств с переменными, научное обоснование методов их получения.

### **Задачи курса:**

- углубление знаний, умений и навыков учащихся по решению неравенств;
- формирование у учащихся интереса к предмету, развитие их математических способностей;
- развитие исследовательской и познавательной деятельности учащихся;
- обеспечение условий для самостоятельной творческой работы учащихся.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОГО КУРСА

Неравенства играют фундаментальную роль в большинстве разделов современной математики, без них не может обойтись ни физика, ни математическая статистика, ни экономика. Полученные навыки решения этих неравенств необходимы обучающимся для дальнейшего обучения в высших учебных заведениях.

Элективный курс «Замечательные неравенства: способы получения и приёмы применения» рассчитан на учеников, желающих основательно подготовиться к получению дальнейшего профессионального образования.

Занятия проводятся в форме обзорных лекций, семинаров и практикумов по решению задач, а так же используются такие методы как выступления с докладами по результатам самостоятельных «поисков» изучаемых вопросов на страницах сайтов Интернета, книг, журналов. При проведении занятий используются индивидуальные, групповые, коллективные формы деятельности.

Изучение каждой темы заканчивается проверочной работой, которая составляется на основе материалов различных вариантов ЕГЭ, открытого банка заданий в Интернете.

Оценивание проверочных работ – зачет (не менее 65% правильных ответов) и незачет (менее 65% правильных ответов).

Итоги работы элективного курса подводятся по результатам учебной деятельности .

Оценивание его идёт в форме :

- зачёт (не менее 65% зачетов по итогам проверочных работ),
- незачет (менее 65% зачетов по итогам проверочных работ).

### ОПИСАНИЕ МЕСТА УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

Элективный курс по математике «Замечательные неравенства: способы получения и приёмы применения» в средней школе изучается в 11 классе (вариативная часть учебного плана, компонент образовательного учреждения) в объеме -35 часов. Общая недельная нагрузка составляет 1 час в неделю.

|                |                  |                       |                 |
|----------------|------------------|-----------------------|-----------------|
| <i>11класс</i> | <i>35 недель</i> | <i>1 час в неделю</i> | <i>35 часов</i> |
|----------------|------------------|-----------------------|-----------------|

### ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ ВЫПУСКНИКОВ

***В результате изучения курса учащиеся должны знать:***

- понятие «больше», «меньше», «не больше», «не меньше» для действительных чисел и их свойства;
- основные методы сравнения двух чисел: «по определению», сравнение их отношений с единицей, сравнение их степеней, сравнение их с промежуточным числом, метод использования «замечательных неравенств»;
- основные методы установления истинности неравенств с переменными: метод анализа, метод синтеза, метод «от противного», метод использования тождеств, метод подстановки (введение новых переменных), метод оценивания (усиление и ослабления);
- схему применения метода математической индукции;
- неравенство Коши для произвольного числа переменных;
- соотношение Коши-Буняковского;
- неравенство Чебышева;
- средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое двух положительных чисел, их геометрическое интерпретация.

***В результате изучения курса учащиеся должны уметь:***

- применять основные методы сравнения двух чисел;
- применять основные способы доказательства истинности неравенств с переменными;
- применять метод математической индукции для доказательства неравенств;
- применять неравенство Коши-Буняковского при  $n = 2$ ;
- применять замечательные неравенства для нахождения наибольшего и наименьшего значений функций, решения несложных задач на оптимизацию.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА

Некоторые понятия и свойства, считающиеся известными

Понятие «больше» и «меньше» для действительных чисел

Простейшие свойства числовых неравенств

Понятие неравенства с параметрами и его решения.

Неравенство - следствие. Равносильные неравенства.

Опровержимые неравенства.

Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными.

Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применения.

Применение неравенства Коши – Буняковского к решению задач

Условные тождества и условные неравенства

Неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения

Дальнейшие обобщения неравенства Чебышева и неравенства Коши- Буняковского

«Полная» индукция – метод перебора всех вариантов и её применение к решению задач .

Аксиома, принцип и метод математической индукции и их применение при доказательстве неравенств с переменными.

Теоремы о сравнениях соответствующих членов двух последовательностей

Неравенство Коши для произвольного числа переменных

Решение задач на применение обобщений неравенства Чебышева

Средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое в случае двух и большего числа параметров.

Соотношения между средними арифметическим, геометрическим, гармоническим и квадратическим в общем случае

Геометрическая интерпретация средних величин

Четыре средних линий трапеции. Среднее арифметико-геометрическое Гаусса.

Симметрическое среднее. Теорема Мюрхеда.

Круговые неравенства, методы их доказательства и опровержения

Среднее арифметическое взвешенное и его свойства

Средние степенные, их свойства и применение

Средние взвешенные степенные, их свойства и применение

Неравенства в финансовой математике

Задачи на оптимизацию

Решение задач на максимум и минимум с помощью замечательных неравенств

Теоремы о постоянной сумме и постоянном произведении и их применение к решению задач

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

| Тема                                                                                                                                            | Количество часов |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| Числовые неравенства и их свойства                                                                                                              | 2 часа           |
| Основные методы установления истинности числовых неравенств, или как узнать, что «больше»                                                       | 5 часов          |
| Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применения | 3 часа           |
| Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных                 | 3 часа           |
| Неравенство Коши - Буняковского и его применение к решению задач                                                                                | 3 часа           |
| Неравенства подсказывают методы их обоснования                                                                                                  | 2 часа           |
| Средние степенные величины: свойства, происхождение и применение                                                                                | 5 часов          |
| Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения                                                                                                  | 3 часа           |
| Средние степенные величины: свойства, происхождение и применение                                                                                | 5 часов          |
| Применение неравенств                                                                                                                           | 4 часа           |

# ПРИЛОЖЕНИЕ1 КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

| Дата проведения урока |      | Содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Кол-во часов                                 | Планируемые результаты                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                               | контроль                                              |
|-----------------------|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| план                  | факт |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                              | Предметный                                                                                                                                                                               | Метапредметный                                                                                                                                |                                                       |
|                       |      | <b>Глава1. Числовые неравенства и их свойства</b><br><i>1. Некоторые понятия и свойства, считающиеся известными</i><br><i>2.Понятие «больше» и «меньше» для действительных чисел. Простейшие свойства числовых неравенств</i>                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>2</b><br><br>1<br><br>1                   | - знать понятия «больше» и «меньше» для действительных чисел, понятие строгого и нестрогого неравенства и простейшие его свойства<br><br>- уметь применять свойства при решении задач    | - умение индивидуально и коллективно определять учебные задачи,<br><br>- умение ставить общие и частные цели самообразовательной деятельности | <i>С. Р.</i><br><i>«Свойства числовых неравенств»</i> |
|                       |      | <b>Глава2. Основные методы установления истинности числовых неравенств, или как узнать, что «больше»</b><br><i>1. Сравнение двух действительных чисел</i><br><i>2. Сравнение двух положительных действительных чисел путём сравнения с единицей их отношения</i><br><i>3. Сравнение действительных чисел с помощью сравнения их степеней</i><br><i>4. Метод сравнение двух чисел с помощью нахождения «промежуточного» для них числа</i><br><i>5. Метод применения замечательных</i> | <b>5</b><br><br>1<br><br>1<br><br>1<br><br>1 | -знать правила сравнения чисел и уметь применять их при решении конкретных задач,<br>- знать определение возрастающей и убывающей функции,<br>-уметь применять свойства монотонности при | - умение определять наиболее рациональные способы и последовательность действий,<br><br>- умение обобщать                                     | <i>Зачет</i><br><i>«Основные методы»</i>              |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                      |                                                         |
|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
|  |  | <i>неравенств</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 1                                | сравнении чисел                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                      |                                                         |
|  |  | <b>Глава3. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применения</b><br>1. Понятие неравенства с параметрами и его решения. Неравенство - следствие. Равносильные неравенства. Опровержимые неравенства.<br>2. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными.<br>3. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применения. | 3<br><br><br>1<br><br>1<br><br>1 | - знать определение понятия неравенства с переменными, его решения и нерешения, равносильных неравенств, области определения неравенства,<br><br>- умение иллюстрировать эти понятия примерами                                                                     | - умение комбинировать известные средства для решения новых проблем,<br><br>- умение использовать компоненты доказательства,<br><br>- умение анализировать,<br><br>- умение обобщать | Работа в группах<br>«Иллюстрирование понятий примерами» |
|  |  | <b>Глава 4. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных</b><br>1. «Полная» индукция – метод перебора всех вариантов и её применение к решению задач.<br>2. Теоремы о сравнениях соответствующих членов двух последовательностей<br>2. Неравенство Коши для произвольного числа переменных и его применение к решению задач.                                                 | 3<br><br>1<br><br>1<br><br>1     | -знать метод перебора всех вариантов при доказательстве неравенств с переменными и уметь его применять,<br>-знать аксиому математической индукции и неравенство Коши,<br>-уметь использовать принципы математической индукции и неравенство Коши при решении задач | -умение использовать компоненты доказательства,<br><br>-умение анализировать и синтезировать                                                                                         | С. Р.<br>«Принцип математической индукции»              |
|  |  | <b>Глава 5. Неравенство Коши - Буняковского и его применение к решению задач</b><br>1. Неравенство Коши - Буняковского и условия его реализации в варианте равенства.                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 3<br><br>1                       | - знать неравенство Коши-Буняковского,<br><br>- уметь применять его                                                                                                                                                                                                | -умение использовать компоненты доказательства,                                                                                                                                      | Круглый стол                                            |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                 |                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                    |                                      |
|--|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
|  |  | Тождество Лагранжа<br>2. Векторный вариант записи неравенство Коши – Буняковского<br>и тригонометрические подстановки<br>3. Применение неравенства Коши – Буняковского к решению задач                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 1<br>1                          | при решении задач,                                                                                                                                                                                                       | -умение анализировать и синтезировать,<br><br>-умение обобщать                                                                                                                                                     |                                      |
|  |  | <b>Глава 6. Неравенства подсказывают методы их обоснования</b><br><br>1.Метод выравнивания значений переменных Условные тождества.<br>2. Некоторые методы доказательства циклических неравенств. Условные тождества и условные неравенства                                                                                                                                                                                                                                | 2<br>1<br>1                     | - иметь представление о методах доказательства неравенств с переменными,<br>-знать определение симметрической функции и симметричного неравенства,<br><br>-уметь использовать эти свойства при доказательстве неравенств | -умение использовать компоненты доказательства,<br><br>-умение комбинировать известные средства для решения новых проблем,<br><br>- умение определять наиболее рациональные способы и последовательность действий, |                                      |
|  |  | <b>Глава 7. Средние степенные величины: свойства, происхождение и применение</b><br>1. Средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое в случае двух и большего числа параметров.<br>2. Геометрическая интерпретация средних величин<br>3. Четыре средних линий трапеции. Среднее арифметико-геометрическое Гаусса. Симметрическое среднее.<br>4. Четыре средних линий трапеции. Среднее арифметико-геометрическое Гаусса. Симметрическое среднее. | 5<br>1<br>1<br>1<br>1<br>1<br>1 | - знать определение средних величин :<br>среднее арифметическое, геометрическое, гармоническое ,квадратическое и симметрическое в случае двух и большего числа параметров и соотношения между ними ,                     | - умение классифицировать,<br><br>-умение сравнивать,<br><br>- умение определять причинно- следственные отношения компонентов объекта,<br><br>-умение анализировать и синтезировать,                               | С.р.<br>«Средние степенные величины» |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                            |                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                          |                                                |
|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
|  |  | 5. Средние арифметическое взвешенное и его свойства. Средние степенные, их свойства и применение                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                            | - уметь находить средние величины по алгоритму                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                          |                                                |
|  |  | <b>Глава 8. Неравенство Чебышева</b><br><b>и его обобщения</b><br>1. Неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения<br>2. Дальнейшие обобщения неравенства Чебышева и неравенства Коши-Буняковского<br>3. Решение задач на применение обобщений неравенства Чебышева                                                                                                                                                                                                                           | <b>3</b><br><br>1<br>1<br>1                | - знать неравенство Чебышева,<br>- уметь применять его при решении задач,<br>- уметь работать с научной и исторической литературой,<br>- уметь составлять сообщение о жизни и научной деятельности учёного                                     | - умение анализировать,<br>- умение использовать в соответствии с учебной задачей аналитическое чтение,<br>- умение создавать сообщение                  |                                                |
|  |  | <b>Глава 9. Генераторы замечательных неравенств</b><br>1. Линейная и квадратичная функции и неравенства с переменными<br>2. Неравенства геометрического происхождения, определённый интеграл, методы трапеций и треугольников<br>3. Свёртка двух одномонотонных последовательностей и её свойства для двучленных и трёхчленных последовательностей.<br>4. Одномонотонность конечного числа последовательностей, их свёртка и её свойство.<br>5. Неравенство Иенсона.<br>Примеры применения неравенства Иенсона. | <b>5</b><br><br>1<br>1<br>1<br>1<br>1<br>1 | - знать и уметь использовать свойства линейной и квадратичной функции для решения неравенств,<br>- знать неравенство треугольника и, теорему косинусов и определённый интеграл и уметь их использовать для обоснования и получения неравенств, | - умение комбинировать известные средства для решения новых проблем,<br>- умение определять наиболее рациональные способы и последовательность действий, | Зачет<br>«Генераторы замечательных неравенств» |
|  |  | <b>Глава 10. Применение неравенств</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <b>4</b>                                   | - знать о применениях                                                                                                                                                                                                                          | - умение комбинировать                                                                                                                                   | Защита                                         |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                        |                     |                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                            |
|--|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
|  |  | 1. Неравенства в финансовой математике<br>. Задачи на оптимизацию<br>2. Решение задач на максимум и минимум с помощью замечательных неравенств.<br>3. Решение задач и заслушивание докладов<br>4.Решение задач и заслушивание докладов | 1<br><br>1<br><br>1 | замечательных<br>неравенств в<br>теоретических и<br>прикладных<br>исследованиях,<br>-знать алгоритмы<br>нахождения<br>наибольшего и<br>наименьшего<br>значений функции,<br>- уметь находить<br>наибольшее и<br>наименьшее значение<br>функции | известные средства для<br>решения новых проблем,<br>-умение использовать в<br>соответствии с учебной<br>задачей аналитическое<br>чтение,<br>-умение создавать<br>сообщение<br>- умение владеть<br>различными средствами<br>самоконтроля и<br>взаимоконтроля<br>-умение производить<br>самооценку и взаимооценку | презентаци<br>й,<br>сообщений,<br>докладов |
|  |  | <b>Всего</b>                                                                                                                                                                                                                           | <b>35</b>           |                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                            |

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

**СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП**

Сертификат 603332450510203670830559428146817986133868575848

Владелец Обожина Наталья Степановна

Действителен с 20.04.2021 по 20.04.2022